

УДК 621.926

**П. Е. Вайтехович**, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой (БГТУ);  
**П. С. Гребенчук**, кандидат технических наук, старший преподаватель (БГТУ);  
**А. В. Таболич**, заместитель директора Филиала «Центр-45» ОАО «НПО Центр»

### МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА В РОТОРЕ-УСКОРИТЕЛЕ ЦЕНТРОБЕЖНО-УДАРНОЙ ДРОБИЛКИ

Проанализированы особенности использования измельчающих агрегатов производства НПО «Центр» и возможные подходы к их расчету. Разработано математическое описание движения одиночных частиц измельчаемого материала в роторе-ускорителе центробежно-ударной дробилки. Предложена математическая модель движения частиц вдоль криволинейной лопасти по вращающемуся плоскому диску, позволяющая определить траекторию движения частиц, величину и направление вектора полной скорости в любой точке на лопасти. Получены графические зависимости полной и относительной скоростей движения частиц вдоль лопатки, а также угла отрыва, определяющего направление полной скорости, от угловой скорости вращения ротора. Проанализировано изменение полной скорости частицы в зависимости от положения на роторе. Показано, что эффективно изменять направление вылета частиц из ротора можно только изменением его конструктивных параметров и параметров дробилки в целом.

The features of the use of grinding units produced by the SPU "Center" and possible approaches to their calculation are analyzed. The mathematical description of the motion of individual particles of the crushed material in the rotor accelerator centrifugal impact crusher is developed. The mathematical model of particle motion along a curved blade on a rotating flat disc, which allows to determine the trajectory of the particles, the magnitude and direction of the full speed at any point on the blade is requested. A graph of full speed and the relative velocity of the particles along the blade, as well as the separation angle, which determines the direction of full speed, the angular speed of the rotor are obtained. The change of the complete particle velocity depending on the position of the rotor is analyzed. It is shown that effectively change the direction of emission of particles from the rotor can only change its design parameters and parameters of crusher.

**Введение.** Измельчающие агрегаты НПО «Центр» широко используются как для помола, так и для дробления [1]. В данной работе речь пойдет об агрегатах для дробления материалов, у которых размер исходного продукта не превышает 80 мм.

Принцип действия центробежно-ударных измельчителей НПО «Центр» основан на разгоне частиц исходного материала до большой скорости в межлопаточном пространстве ротора-ускорителя с последующим ударом об отражательные элементы.

Характерной особенностью центробежно-ударных дробилок следует считать то, что материал подается в центр ротора в условиях падения с определенной высоты. Причем на поверхности ротора он соприкасается с коническим распределителем, после чего попадает в межлопаточное пространство. Эти конструктивные и технологические особенности существенно влияют на параметры движения материала в роторе-ускорителе. Очевидно, что как при теоретических, так и при экспериментальных исследованиях придется отдельно рассматривать движение материала по конусу и в межлопаточном пространстве. Существенное влияние на методику исследования оказывает и размер частиц.

Из механики дисперсной среды известно [2], что массив из частиц размером менее 10 мм

считаются сыпучей средой, а большие частицы – кусковыми. Подобными подходами руководствуются и исследователи механики грунтов. Таким образом, для дробилок при загрузке материалов крупностью от 10 до 80 мм средой никак нельзя считать сыпучей. Расчет в этом случае можно вести как для одиночной частицы с учетом сил взаимодействия. Подобные задачи, но для других агрегатов [3], уже решались, в том числе авторами данной работы [4].

**Основная часть.** Важнейшей задачей аналитического исследования любого центробежно-ударного измельчителя является определение скорости и направления движения материала на выходе из ротора-ускорителя. От этих параметров зависит сила ударного разрушения. Естественно, что основное ускорение частицы получают в межлопаточном пространстве, но одновременно важным представляется и движение по конусу. Здесь они перераспределяются, приобретают начальное направление и импульс.

Предварительный анализ движения материала после соприкосновения с конусом показал, что с учетом сил скоростного давления, тяжести и инерционной силы нормальная реакция по всей его поверхности меньше нуля. Это означает, что куски материала сразу отскакивают от быстровращающегося конуса-распределителя. При этом реализуется косой удар.

Зная начальную скорость свободно падающего тела и коэффициент восстановления, можно рассчитать величину и направление его движения после удара. Такой алгоритм был реализован нами для расчета скорости измельчаемого материала на входе в межлопастное пространство.

Рассмотрим движение куска материала в межлопастном пространстве ротора-ускорителя. В отличие от свободного движения по плоскому вращающемуся диску, здесь присутствуют лопасти, которые своим профилем ограничивают движение кусков. Поэтому следует учитывать силу трения как по диску, так и по лопасти. В конструкции НПО «Центр» на концах лопастей закреплены перегородки, благодаря которым дробимый материал задерживается на них. Таким образом, обеспечивается самофутеровка, то есть материал движется по слою материала, а не по металлу, и тем самым снижается ее износ.

С учетом вышеуказанного, запишем уравнение относительного движения частицы по криволинейной лопасти в векторном виде

$$m\vec{a}_d = \vec{F}_{1T} + \vec{F}_{2T} + \vec{F}_e + \vec{F}_c, \quad (1)$$

где  $F_{1T}$  – сила трения частицы по диску ротора;  $F_{2T}$  – сила трения частицы по лопасти, или по материалу при самофутеровке;  $F_e$  – переносная сила инерции;  $F_c$  – сила Кориолиса.

Поскольку высота ротора в сравнении с диаметром невелика, примем, что движение происходит в одной плоскости и его можно представить в полярной системе координат  $0r\varphi$  (рис. 1).

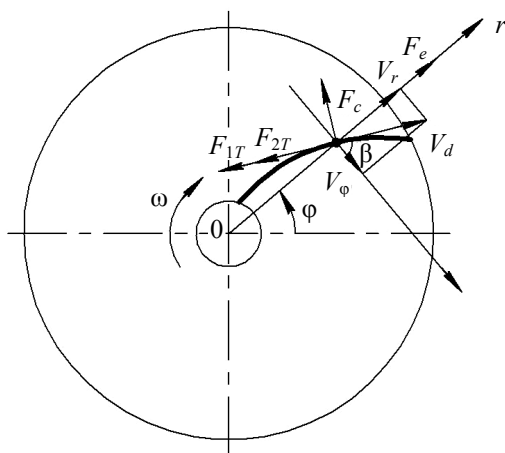


Рис. 1. Расчетная схема движения частицы по криволинейной лопасти

Специфика задачи заключается в том, что координаты  $r$  и  $\varphi$  жестко связаны профилем лопасти. Поэтому лучше записать уравнение для одной координаты  $r$ , а затем выразить  $\varphi$  и ее производные через  $r$  с помощью уравнения кривой, описывающего форму лопасти.

Таким образом, уравнение движения в проекции на ось  $r$  будет иметь вид

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = -f_1g \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) - 2f_2\omega V_d \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) + \omega^2 r + 2\omega V_d \cos\beta, \quad (2)$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора;  $f_1$  и  $f_2$  – коэффициенты трения соответственно по материалу диска и лопасти;  $V_d$  – относительная скорость движения частицы вдоль лопасти.

Выразив косинусы углов и относительную скорость через дифференциалы, получим

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = -f_1g \frac{\frac{dr}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\varphi}{dt}\right)^2}} - 2f_2\omega \frac{dr}{dt} + \omega^2 r + 2\omega r \frac{d\varphi}{dt}. \quad (3)$$

Разгонные лопасти мельниц НПО «Центр» выполнены в форме логарифмической спирали, которая задается уравнением  $r = a^\varphi$  в полярной системе координат. Отсюда можем получить

$$\varphi = \log_a r; \quad \dot{\varphi} = \frac{\dot{r}}{r \cdot \ln a}. \quad (4)$$

С учетом (4) уравнение (3) примет вид

$$\ddot{r} - \frac{\dot{r}^2}{r(\ln a)^2} = -f_1g \frac{\dot{r}}{\sqrt{(\dot{r})^2 + \left(\frac{\dot{r}}{\ln a}\right)^2}} - 2f_2\omega \dot{r} + \omega^2 r + 2\omega \frac{\dot{r}}{\ln a}. \quad (5)$$

Уравнение (5) является расчетным. Это нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка и оно решается численными методами с помощью пакета MathCad. Начальные и граничные условия для решения данного уравнения определяются размерами ротора и привязаны к конкретному типоразмеру дробилки.

Решение уравнения (5) позволяет построить траекторию движения частицы по лопасти, определить все составляющие полной скорости частицы, ее направление и величину. Расчет проводился для дробилки одного размера с диаметром ротора по концам лопастей 520 мм. Угловая скорость вращения ротора изменялась в рабочем диапазоне: от 30 до 100 рад/с. Модель позволяла рассчитывать скорость частицы в любой точке ротора, определяемой текущим радиусом  $r$ . Нас интересовала прежде всего

скорость в крайней точке ротора в момент схода частицы с лопасти, т. е.  $r = 0,52$  м.

На рис. 2 показаны зависимости полной и относительной скоростей частицы при сходе с ротора от его угловой скорости, а на рис. 3 – зависимость угла отрыва (угла между касательной к ротору и полной скоростью частицы).

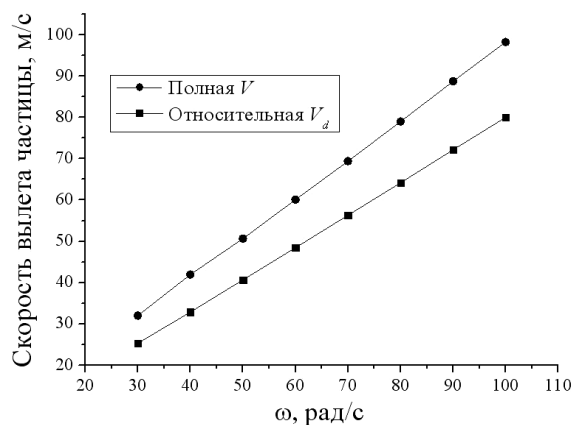


Рис. 2. Зависимость скорости вылета частиц от угловой скорости вращения ротора

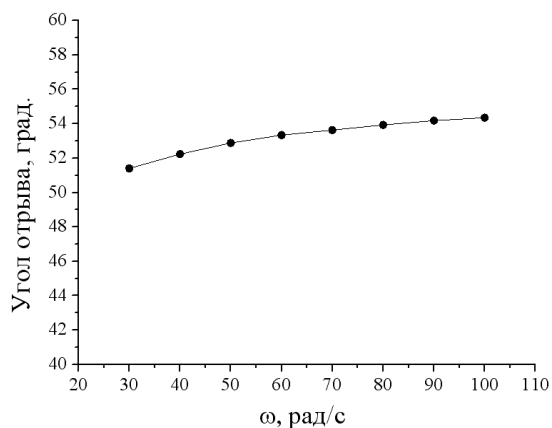


Рис. 3. Зависимость угла отрыва частицы от угловой скорости ротора

Расчетные зависимости (рис. 2) показывают, что скорость частиц на выходе из ротора изменяется по линейному закону. Ее величина в исследуемом диапазоне может достигать 100 м/с.

Из анализа графика, представленного на рис. 3, видно, что угол отрыва с ростом угловой скорости изменяется незначительно, в пределах трех градусов. Это объясняется тем, что переносная и относительная скорости частицы изменяются пропорционально, а их отношение и, соответственно, угол отрыва остаются практически постоянными. Таким образом, эффективно изменять угол отрыва, а следовательно, и угол атаки (угол удара частицы об отражательную поверхность) можно лишь изменяя геометрию дробилки (форму лопастей

ротора и отражательных элементов корпуса), что подтверждалось ранее [4].

На рис. 4 показаны зависимости относительной скорости частицы от ее текущего положения (вдоль лопасти) для трех разных угловых скоростей ротора.

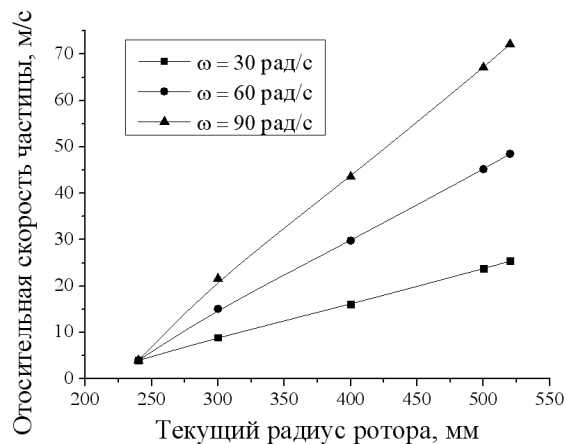


Рис. 4. Зависимость относительной скорости частицы от текущего радиуса ротора  $r$

Как видно из графика, относительная скорость частицы от центра ротора к периферии возрастает также линейно.

**Заключение.** Полученная модель может быть использована при проектировании и усовершенствовании центробежно-ударных дробилок любого типоразмера. Знание скорости и траектории частицы при вылете из ротора-ускорителя позволит оценить разрушающую способность ударного воздействия, правильно подобрать форму лопасти и рационально сориентировать ее по отношению к отражательной поверхности корпуса дробилки.

### Литература

1. Таболич А. В. Центробежно-ударные мельницы для измельчения сырьевых материалов в производстве ячеистых бетонов // Строительный рынок. Вып. 5. 2008. С. 38–41.
2. Генералов М. Б. Механика твердых дисперсных сред в процессах химической технологии. Калуга: Н. Бочкарево, 2002. 592 с.
3. Товаров В. В., Оскаленко Г. Н. Исследование вылета частиц из лопастных роторов центробежных измельчающих машин // Труды института Гипроцемент. Вып. XXIV. 1962. С. 64–91.
4. Левданский Э. И., Левданский А. Э., Гребенчук П. С. Влияние конструктивных и технологических параметров роторно-центробежной мельницы на эффективность измельчения материалов // Труды БГТУ. Сер. III, Химия и технология неорганич. в-в. 2006. Вып. XIV. С. 129–132.

Поступила 06.03.2014